

## GRUPA A – RJEŠENJA

1. Kružna se ploča, promjera 1,6 m i mase 490 kg, vrti i čini 600 okr/min. Na njezinu oblu površinu pritišće kočnica silom 196 N. Faktor trenja kočnice o ploču jest 0,4. Koliko će okretaja učiniti ploča dok se ne zaustavi?

$$\begin{aligned}
 d = 1,6 \text{ m} &\Rightarrow r = 0,8 \text{ m} \\
 m &= 490 \text{ kg} \\
 f &= 600 \text{ okr/min} = 10 \text{ Hz} \\
 F_p &= 196 \text{ N} \\
 \mu &= 0,4 \\
 n &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \\
 I &= \frac{1}{2} \cdot 490 \cdot 0,8^2 \\
 I &= 156,8 \text{ kgm}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M &= F_{tr} \cdot r = \mu \cdot F_p \cdot r \\
 M &= 0,4 \cdot 196 \cdot 0,8 = 62,72 \text{ Nm}
 \end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{M}{I} = \frac{62,72}{156,8} = 0,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{aligned}
 \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\
 \omega &= 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62,83 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\
 n &= \frac{f}{2} \cdot t \\
 n &= \frac{10}{2} \cdot 157 \\
 n &= 785 \text{ okreta}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{\omega}{t} \Rightarrow t = \frac{\omega}{\alpha} \\
 t &= \frac{62,83}{0,4} = 157 \text{ s}
 \end{aligned}$$

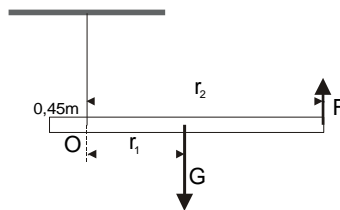
2. Homogeni štap dug 1 m, mase 0,5 kg, okreće se u vertikalnoj ravni oko horizontalne osi koja prolazi sredinom štapa. Koliku će kutnu akceleraciju imati štap ako je zakretni moment  $9,8 \times 10^{-2} \text{ Nm}$ ?

$$\begin{aligned}
 l &= 1 \text{ m} \\
 m &= 0,5 \text{ kg} \\
 M &= 9,8 \times 10^{-2} \\
 I &= ?
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{m \cdot l^2}{12} = \frac{0,5 \cdot 1^2}{12} = 0,041\bar{6} \text{ kgm}^2 \\
 \alpha &= \frac{M}{I} = \frac{9,8 \cdot 10^{-2}}{0,041\bar{6}} = 2,352 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}
 \end{aligned}$$

3. Drvena greda mase 40 kg i duljine 2 m obješena je 45 cm daleko od jednoga svojeg kraja. Kolikom će silom drugi kraj pritiskivati na našu ruku ako gredu držimo u horizontalnom položaju?

$$\begin{aligned}
 m &= 40 \text{ [kg]} \\
 l &= 2 \text{ [m]} \\
 k_1 &= 45 \text{ [cm]} \\
 F &= ?
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 r_1 &= \frac{1}{2} - 0,45 = \frac{2}{2} - 0,45 = 0,55 \text{ [m]} \\
 r_2 &= 1 - 0,45 = 2 - 0,45 = 1,55 \text{ [m]} \\
 G \times r_1 &= F \times r_2 \Rightarrow F = \frac{G \times r_1}{r_2} \\
 F &= \frac{m \times g \times r_1}{r_2} \\
 F &= \frac{40 \times 9,81 \times 0,55}{1,55} \\
 F &= 139,24 \text{ [N]}
 \end{aligned}$$

4. Kružna ploča polumjera 1 m, mase 200 kg, vrti se oko svoje osi zbog ustrajnosti frekvencijom okr/s. Na rubu ploče stoji čovjek mase 50 kg. Kolikom će se brzinom okretati ploča ako čovjek s ruba ode na pola metra bliže središtu?

$$\begin{aligned} r_1 &= 1 \text{ m} \\ m_P &= 200 \text{ kg} \\ \omega_1 &= 1 \text{ okr/s} \\ m_č &= 50 \text{ kg} \\ r_2 &= 0,5 \text{ m} \\ \omega_2 &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 \cdot \omega_1 &= I_2 \cdot \omega_2 \\ (I_č + I_P) \cdot \omega_1 &= (I_č + I_P) \cdot \omega_2 \\ (m_č \cdot r_1^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}) \cdot \omega_1 &= (m_č \cdot r_2^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}) \cdot \omega_2 \\ \omega_2 &= \frac{m_č \cdot r_1^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}}{m_č \cdot r_2^2 + \frac{m_P \cdot r_1^2}{2}} \cdot \omega_1 \\ \omega_2 &= \frac{50 \cdot 1^2 + \frac{200 \cdot 1^2}{2}}{50 \cdot 0,5^2 + \frac{200 \cdot 1^2}{2}} \cdot 1 \\ \omega_2 &= 1,3 \frac{\text{okr}}{\text{s}} \end{aligned}$$

### GRUPA B – RJEŠENJA

1. Na učvršćenu koloturu polumjera 0,5 m omotana je nit na kraju koje je učvršćen uteg mase 10 kg. Nađi moment tromosti koloture ako uteg pada akceleracijom 2,04 m/s<sup>2</sup>.

$$\begin{aligned} r &= 0,5 \text{ m} \\ m &= 10 \text{ kg} \\ a &= 2,04 \text{ m/s}^2 \\ I &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= r \cdot F \\ M &= r \cdot m \cdot g \\ M &= 0,5 \cdot 10 \cdot 9,81 \\ M &= 49,05 \text{ Nm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= r \cdot \alpha \\ \alpha &= \frac{a}{r} \\ \alpha &= \frac{2,04}{0,5} \\ \alpha &= 4,08 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= \alpha \cdot I \\ I &= \frac{M}{\alpha} \\ I &= \frac{49,05}{4,08} \\ I &= 12,02 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

2. Metarski štap položen je na dasku stola tako da četvrtinom duljine viri izvan stola. Najveći uteg m<sub>1</sub>, koji možemo objesiti na vanjski kraj štapa a da se pritom štap ne preokrene, jest uteg od 250 g. Kolika je masa štapa?

$$\begin{aligned} l &= 1 \text{ [m]} \\ k_1 &= (l/4) = 0,25 \text{ [m]} \\ m_1 &= 250 \text{ [g]} \\ m &= ? \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{l}{2} - k_1 \\ k_2 &= 0,5 - 0,25 = 0,25 \text{ [m]} \\ m_1 \times k_1 &= m \times k_2 \Rightarrow m = \frac{m_1 \times k_1}{k_2} \\ m &= \frac{250 \times 0,25}{0,25} \\ m &= 250 \text{ [g]} = 0,25 \text{ [kg]} \end{aligned}$$

3. Željezna valjkasta osovina polumjera 0,15 m, duljine 2m, vrti se 300 okr/min. Nađi moment tromosti i kinetičku energiju osovine.

$$\begin{aligned} r &= 0,15 \text{ m} \\ \rho &= 7900 \text{ kg/m}^3 \\ l &= 2 \text{ m} \\ n &= 300 \text{ okr/min} \\ I &= ?, E_K = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m &= \rho \cdot V \\ m &= \rho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot l \\ m &= 7900 \cdot 0,15^2 \cdot \pi \cdot 2 \\ m &= 1116,8 \text{ kg} \\ I &= \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 \\ I &= \frac{1}{2} \cdot 1116,8 \cdot 0,15^2 \\ I &= 12,56 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{n}{60} \\ f &= \frac{300}{60} \\ f &= 5 \text{ Hz} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega &= 2 \cdot \pi \cdot f \\ \omega &= 2 \cdot \pi \cdot 5 \\ \omega &= 31,4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \\ E &= \frac{I \cdot \omega^2}{2} \\ E &= \frac{12,56 \cdot 31,4^2}{2} \\ E &= 6192 \text{ J} \end{aligned}$$

4. Čovjek stoji u središtu kružne ploče koja se zbog ustrajnosti jednoliko vrti brzinom 0,5 okr/s. Moment tromosti čovjeka s obzirom na os vrtnje jest 2,45 Nms<sup>2</sup>. On ima raširene ruke i u svakoj drži uteg mase 2kg. Utezi su međusobno udaljeni 1,6 m. Kojom brzinom će se okretati ploča ako čovjek spusti ruke tako da su utezi udaljeni samo 0,6 m? Moment ploče može se zanemariti.

$$\omega_1 = 0,5 \frac{\text{okr}}{\text{s}}$$

$$I_{\text{č}} = 2,45 \text{ Nms}^2$$

$$m_1 = m_2 = 2 \text{ kg} \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

$$d_1 = 1,6 \text{ m} \Rightarrow r_1 = 0,8 \text{ m}$$

$$d_2 = 0,6 \text{ m} \Rightarrow r_2 = 0,3 \text{ m}$$

$$\omega_2 = ?$$

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

$$(I_{\text{č}} + I_{\text{u}}) \cdot \omega_1 = (I_{\text{č}} + I_{\text{u}}) \cdot \omega_2$$

$$(I_{\text{č}} + m \cdot r_1^2) \cdot \omega_1 = (I_{\text{č}} + m \cdot r_2^2) \cdot \omega_2$$

$$\omega_2 = \frac{(I_{\text{č}} + m \cdot r_1^2)}{I_{\text{č}} + m \cdot r_2^2} \cdot \omega_1$$

$$\omega_2 = \frac{2,45 + 4 \cdot 0,8^2}{2,45 + 4 \cdot 0,3^2} \cdot 0,5$$

$$\omega_2 = 0,89 \frac{\text{okr}}{\text{s}}$$