

- 1 Između Zemlje i Mjeseca postoji privlačna gravitacijska sila. Istaknite točan odgovor:
- Sila kojom Zemlja privlači Mjesec veća je od sile kojom Mjesec privlači Zemlju
 - Sila kojom Zemlja privlači Mjesec manja je od sile kojom Mjesec privlači Zemlju
 - Sila kojom Zemlja privlači Mjesec jednaka je sili kojom Mjesec privlači Zemlju
 - Samo Zemlja privlači Mjesec, ali Mjesec zbog manje mase ne privlači Zemlju
 - Mjesec i Zemlja se ne privlače jer Mjesec kruži oko Zemlje i ukupna sila jednaka je nuli. Zbog toga Mjesec ne pada na Zemlju.

2 Razmotrite slijedeće četiri sile vezano za mirovanje tijela na stolu (npr. knjiga).

I. gravitacijska sila kojom Zemlja djeluje na tijelo na stolu

II. gravitacijska sila kojom tijelo djeluje na Zemlju

III. sila kojom tijelo djeluje na stol

IV. sila kojom stol djeluje na tijelo

Koje od navedenih sila jesu "akcija-reakcija" parovi prema trećem Newtonovom zakonu?

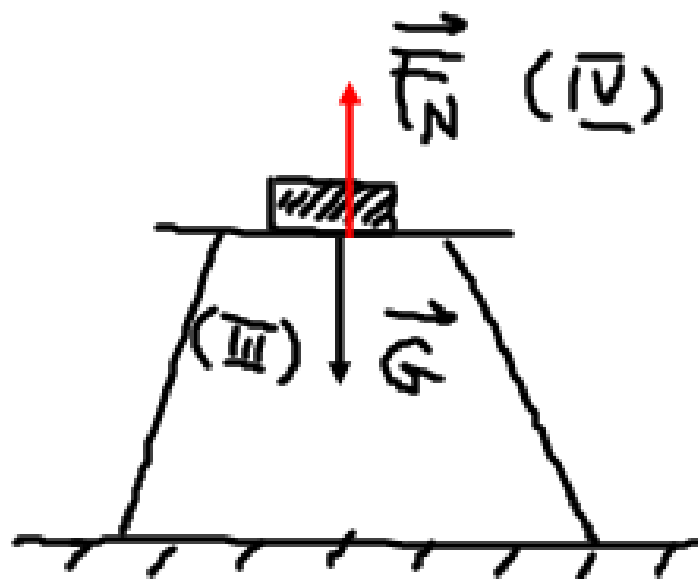
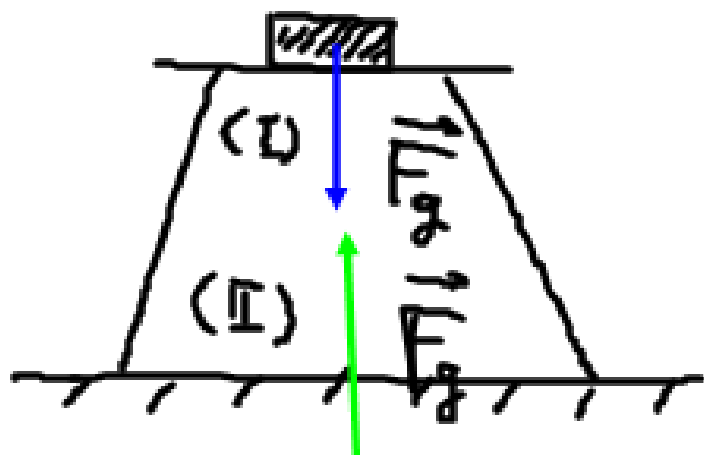
samo par I i II

samo par I i IV

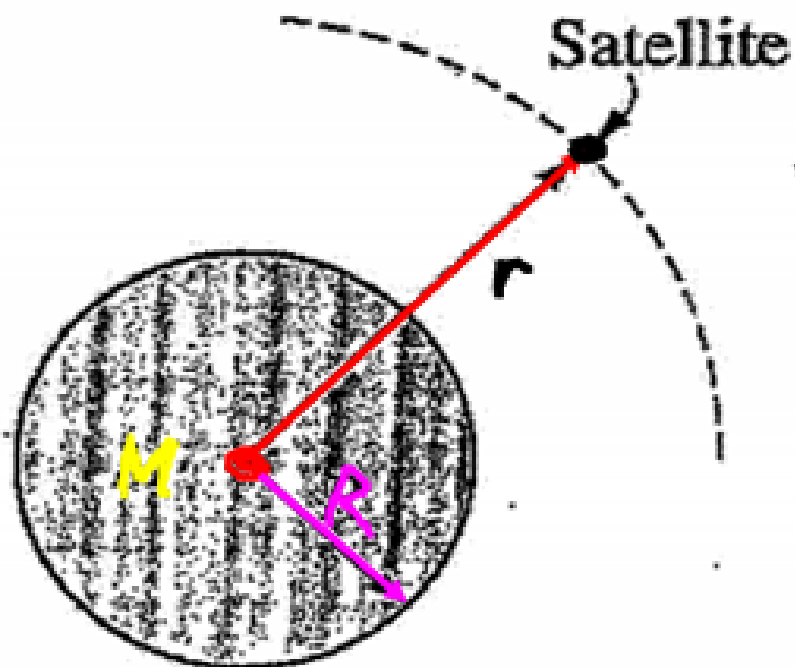
par I i II, te par III i IV

par I i IV, te par II i III

ne postoje "akcija-reakcija" parovi među ponuđenim silama



- 3 Satelit se giba po kružnoj putanji radijusa r oko planeta mase M i radijusa R (slika!). U kojoj od ponuđenih mogućnosti imamo povećanje brzine satelita v nastalo u ovisnosti o M i(li) r :



- M se smanji, r se ne mijenja
- M se smanji, r se povećá
- M i r se ne mijenjaju
- M se ne mijenja, r se povećá
- M se povećá, r se ne mijenja

Za veću brzinu satelita treba veća F_{cp} .

$$F_{cp} = F_{grav}$$

$$F_{grav} = G \frac{Mm}{r^2}$$

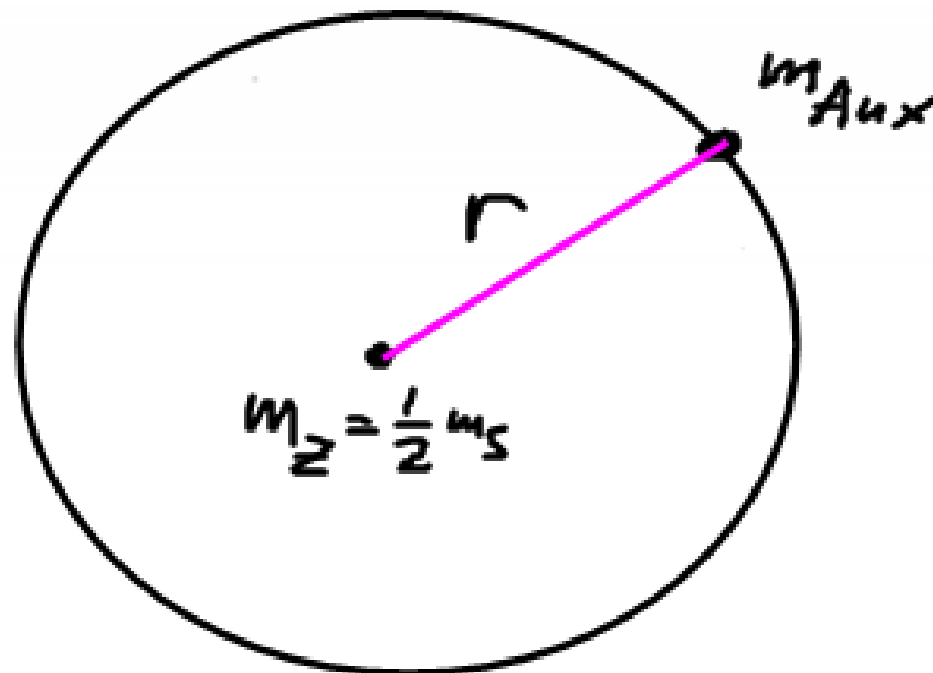
$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Za r sve veći i veći $\Rightarrow F_{grav} \downarrow$; to nam ne
pade!

Za M veći $\Rightarrow F_{grav} \uparrow \Rightarrow F_{cp} \uparrow \Rightarrow v \uparrow$
brzina satelita
OK!

4 Planet Auxilia giba se oko zvijezde s masom upola manjom od mase Sunca. Radijus putanje Auxilie otprilike jest jednak radijusu na kojem Zemlja obilazi Sunce (zanemarujemo 1. Keplerov zakon!). Koliko iznosi period kruženja planeta Auxilia izražen u Zemaljskim godinama?

- 1/2
- $1/\sqrt{2}$
- 1
- $\sqrt{2}$
- 2



$$F_c = F_{grav}$$

$$F_c = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$$

$$\frac{4\pi^2 \cancel{m_{Aux}} \cdot r}{T_{Aux}^2} = G \frac{m_2 \cancel{m_{Aux}}}{r^2}$$

za sustav
zvijezda-Auxilia

$$\frac{4\pi^2 \cancel{m_{Aux}} \cdot r}{T^2} = G \frac{m_S \cancel{m_{Aux}}}{r^2}$$

za sustav
Sunce-Auxilia

T je u Zemaljskim godinama.

$$\frac{4\pi^2 r}{T_{AUX}^2} = G \cdot \frac{\frac{1}{2} m_s}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = G \frac{m_s}{r^2}$$

dahe,

$$\frac{\cancel{4\pi^2} r}{T_{AUX}^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\cancel{4\pi^2} r}{T^2}$$

$$T_{AUX}^2 = 2T^2 \Rightarrow T_{AUX} = \sqrt{2}T$$

5 Dva asteroida, koja su međusobno udaljena 10000 km, privlače se gravitacijskom silom iznosa F . Kolika će biti gravitacijska sila među asteroidima ako se oni razmaknu na 20000 km?

- $F/4$
- $F/2$
- $2F$
- $4F$
- $1/\sqrt{2} F$

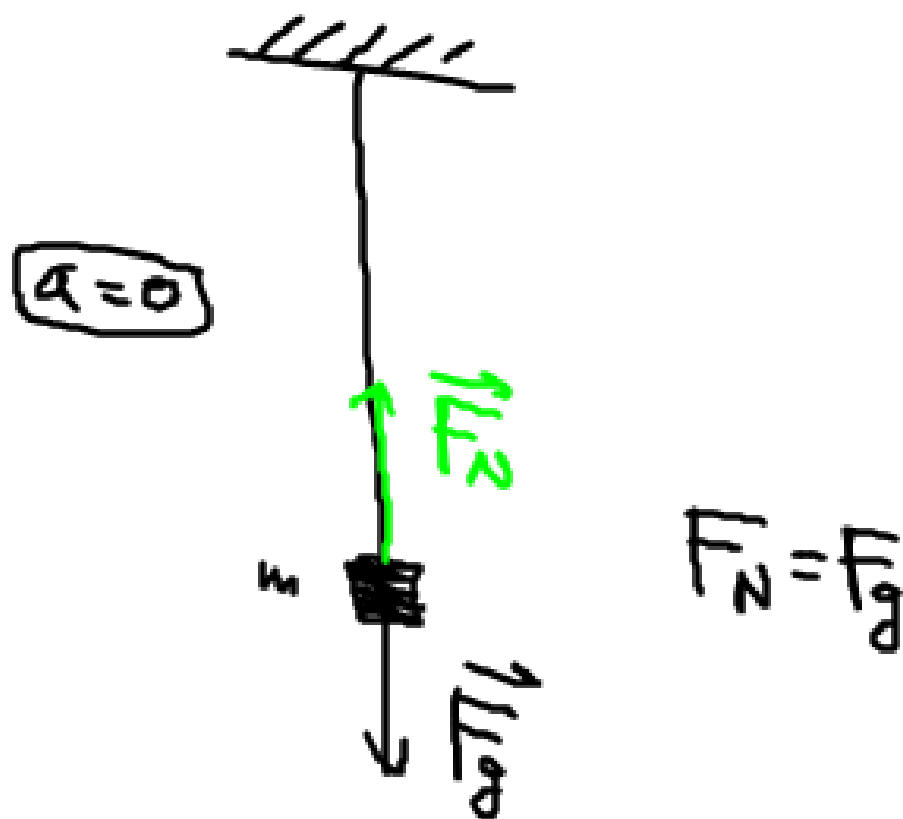
$$F_{gr} \sim \frac{1}{r^2}$$

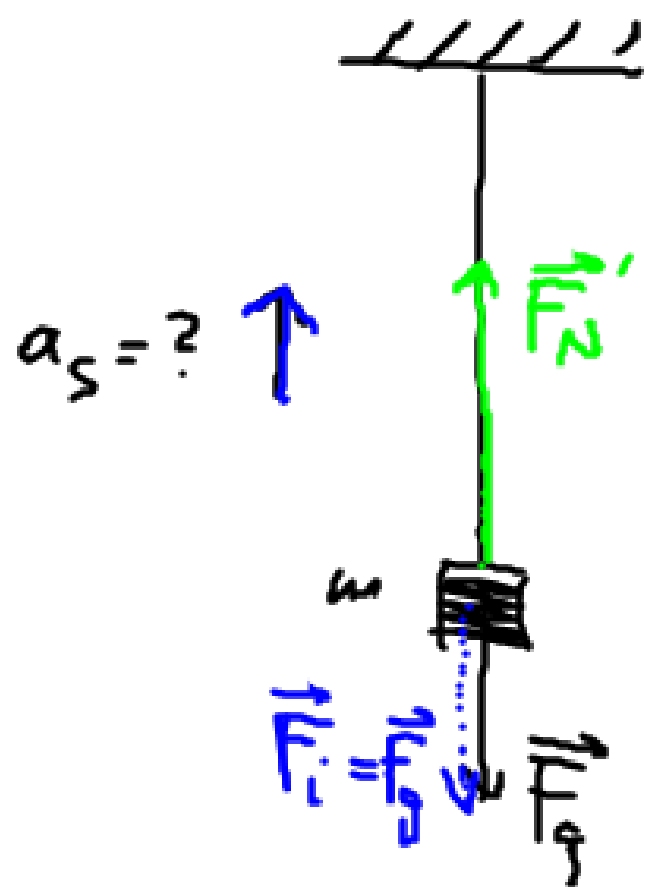


$$F' = F/4$$

6 Kolika mora biti akceleracija kojom se podiže uže s obješenim utegom da bi napetost užeta bila jednaka dvostrukoj težini utega?

- $2g$
- g
- $3g$
- $g/2$
- $4g$





$$F_1 = m a_s$$

$$F_1 = -m \vec{a}_s$$

$$F_1 = F_g \quad \text{zbog usjeta zadatka}$$

$$m a_s = m g$$

$$a_s = g$$

7 Dva njihala počinju istovremeno njihati. Za prvih 20 titraja prvog njihala drugo njihalo učini 15 titraja. Koliki je omjer duljina ovih njihala?

- 3/5
- 9/16
- 4/3
- 3
- 15/20

Neka je 1 titraj trajao 1 sekundu.

$$T_1 = 20 \text{ s}$$

$$T_2 = 15 \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$l = \frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$l \sim T^2$$

$$\frac{l_1}{l_2} = ?$$

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{20^2}{15^2} = \left(\frac{20}{15}\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$$

odnosno

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{9}{16}$$

8 Planet X ima tri puta veći polumjer od planeta Y, dok su im gustoće jednake. Koliki je omjer ubrzanja slobodnog pada na površinama planeta X i Y? Napomena: Volumen V kugle polumjera R je $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

8

3

4

1


9

$$R_X = 3 R_Y$$

$$\rho_X = \rho_Y$$

$$\frac{g_X}{g_Y} = ?$$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$


$$g = G \frac{\rho M}{R^2}$$

$$I = \frac{M}{V}$$

$$\frac{I_x}{I_y} = \frac{G \frac{M_x}{R_x^2}}{G \frac{M_y}{R_y^2}} = \frac{M_x \cdot R_y^2}{M_y (3R_y)^2} =$$

$$= \frac{\cancel{I_x} V_x \cancel{R_y^2}}{\cancel{I_y} V_y 9 \cancel{R_y^2}} = \frac{\frac{4}{3} \pi R_x^3}{9 \cdot \frac{4}{3} \pi R_y^3} = \frac{(3R_y)^3}{9 R_y^3} =$$

$$= \frac{27 R_y^3}{9 R_y^3} = 3$$

9 Kolika je masa utega koji titrajući na opruzi učini 20 titraja u 28 s? Konstanta opruge je 100 N/m.

5.97 kg

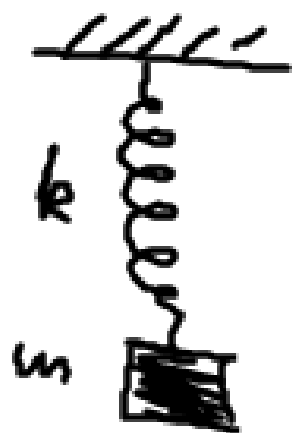
3.97 kg

2.97 kg

4.97 kg

0.97 kg

$$m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$



$$f = \frac{20 \text{ titraja}}{28 \text{ s}} = 0.714 \text{ Hz}$$

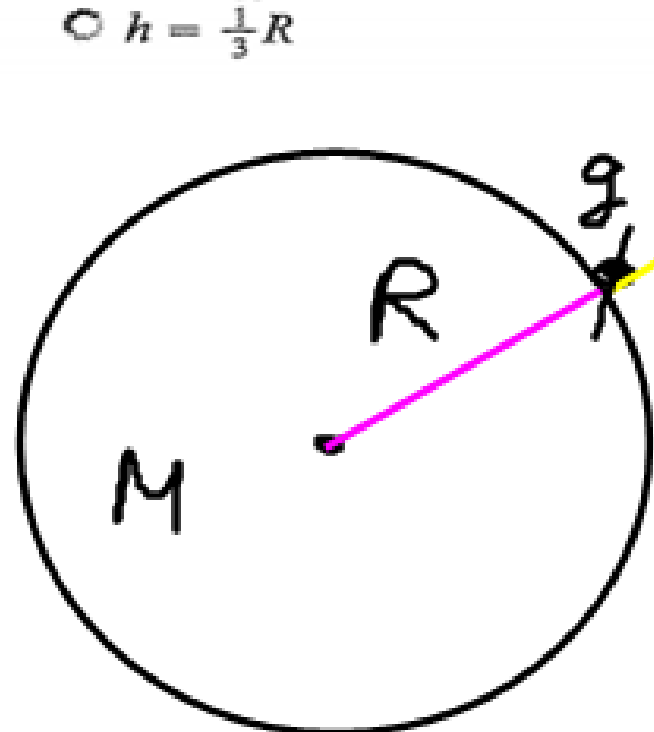
$$T = \frac{1}{f} = 1.4 \text{ s}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$m = \frac{100 \cdot 1.4^2}{4 \cdot 3.14^2} = 4.97 \text{ kg}$$

10 Na kojoj udaljenosti h od površine Zemlje, iskazanoj pomoću polumjera Zemlje R , će akceleracija gravitacijske sile imati vrijednost $(1/4)g$, gdje je g akceleracija na Zemljinoj površini?

- $h = \frac{1}{2}R$
- $h = \frac{1}{4}R$
- $h = R$
- $h = \frac{1}{16}R$
- $h = \frac{1}{3}R$



$g' = \frac{1}{4}g$

$h = ?$

$$g = G \frac{M}{R^2}$$
$$g' = G \frac{M}{(R+h)^2}$$

$$g' = \frac{1}{4} g$$

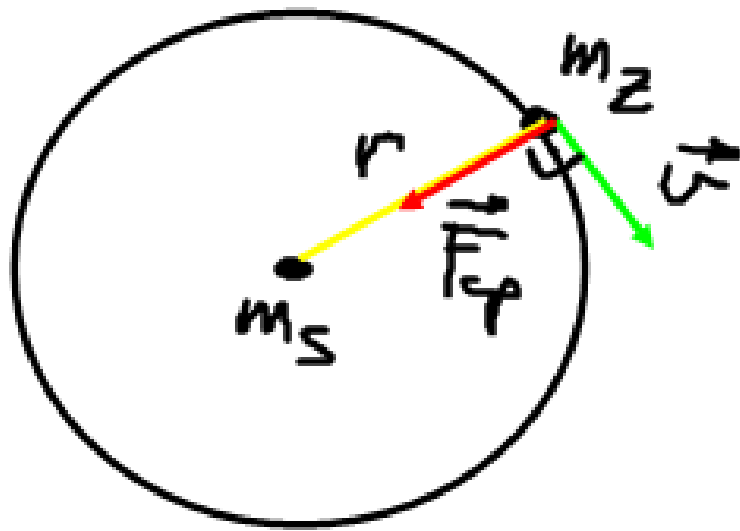
$$\cancel{G} \frac{\cancel{M}}{(R+h)^2} = \frac{1}{4} \cdot \cancel{G} \frac{\cancel{M}}{R^2}$$

$$(R+h)^2 = 4R^2$$

$$R+h = 2R$$

$$\underline{h = R}$$

- 11 Zemlja se giba oko Sunca brzinom 30 km/s približno po kružnici polumjera $1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$.
Kolika je masa Sunca iz tih podataka? ($G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$)



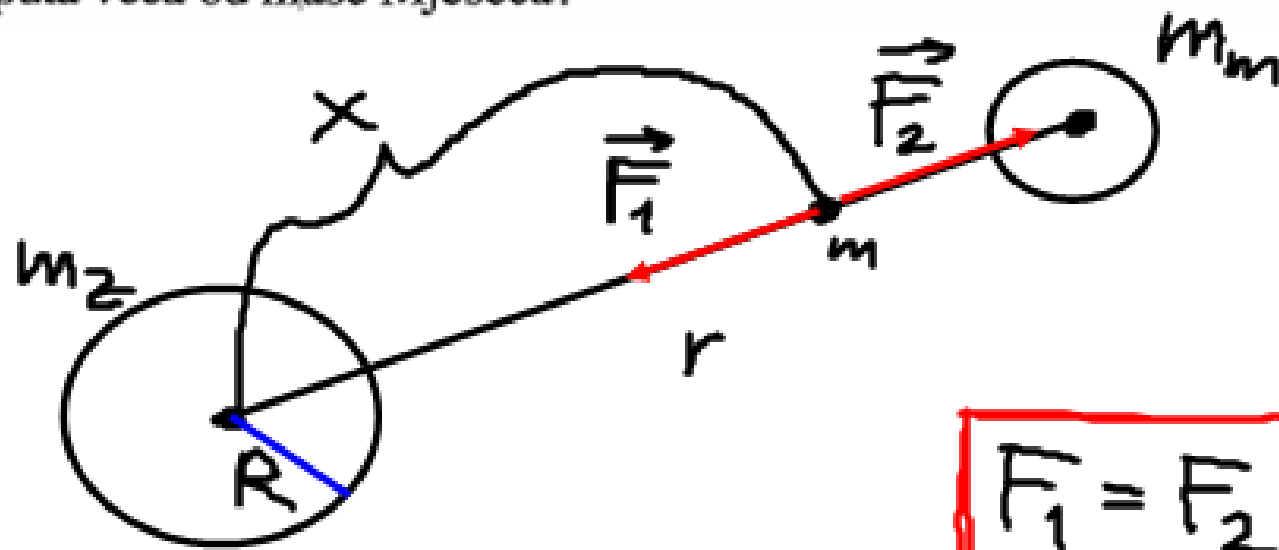
$$F_{cp} = F_{gov}$$
$$\frac{m_Z v^2}{r} = G \frac{m_Z m_S}{r^2}$$

$$v^2 = \frac{G m_S}{r}$$

$$m_S = \frac{r v^2}{G}$$

$$m_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

- 12 Na spojnici Zemlja-Mjesec odredite točku u kojoj su sile privlačenja Zemlje i Mjeseca jednake. Udaljenost središta Zemlje i Mjeseca je 60 polumjera Zemlje R , a masa Zemlje je 81 puta veća od mase Mjeseca?



$$x = ?$$

$$r = 60R$$

$$m_2 = 81 m_m$$

$$G \frac{m_2 m}{x^2} = G \frac{m_m m}{(r-x)^2}$$

$$\frac{m_2}{x^2} = \frac{m_m}{(r-x)^2}$$

$$\frac{81 \cancel{r^2}}{x^2} = \frac{\cancel{r^2}}{(r-x)^2}$$

$$81(r-x)^2 = x^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$9(r-x) = x$$

$$9r - 9x = x$$

$$10x = 9r$$

$$x = \frac{9r}{10} = \frac{9 \cdot 60R}{10} = 54R$$

- 13 Štopericom je izmjereno da $n = 10$ titraja njihala traje točno $t = 8.5$ s. Koliki je period i kolika je frekvencija titranja tog njihala?

$$f = \frac{n}{t}$$

$$f = \frac{10 \text{ titraja}}{8.5 \text{ s}}$$

$$f = 1.18 \text{ Hz}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

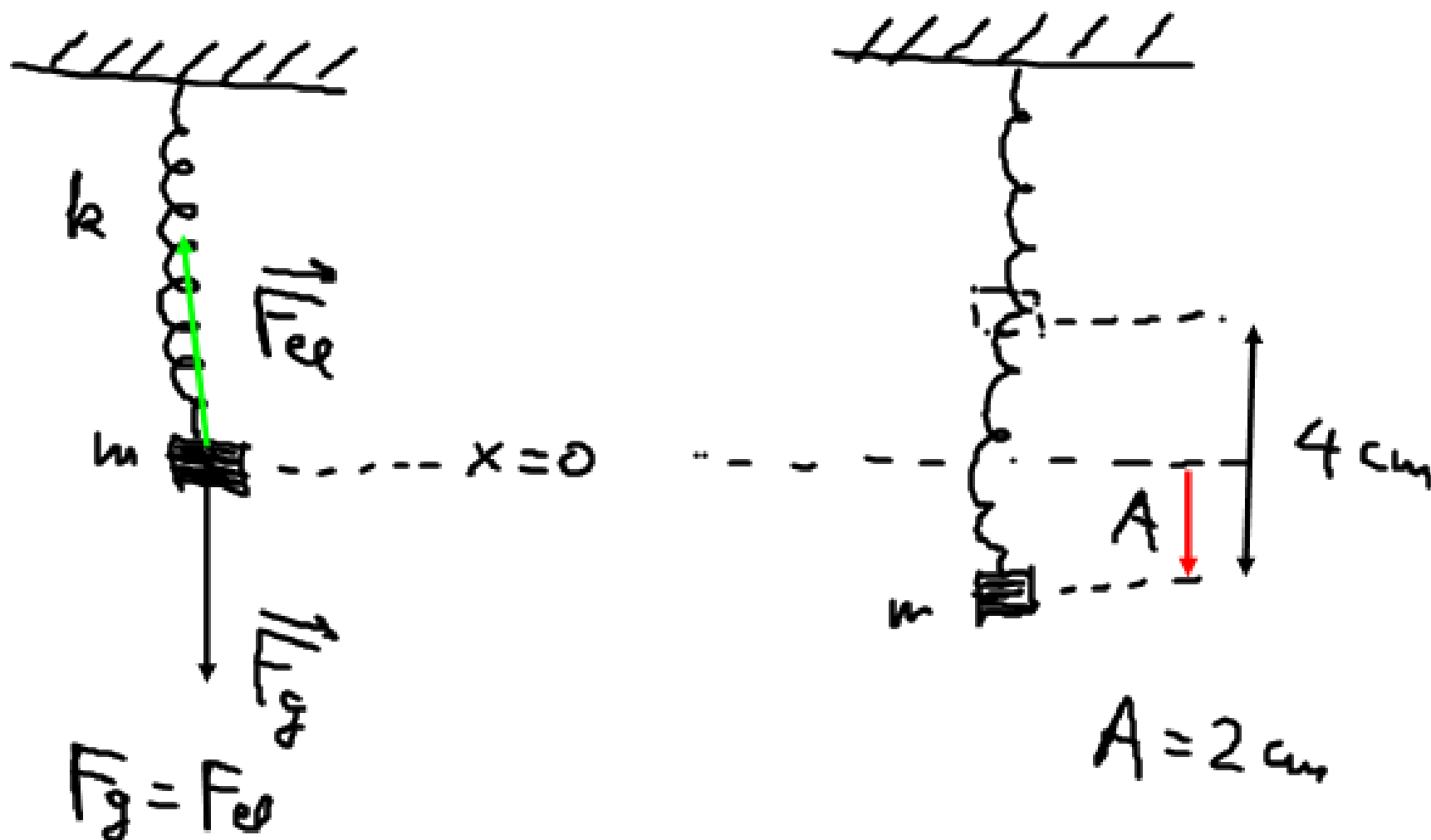
$$T = \frac{1}{f} = 0.85 \text{ s}$$

14 Kada se uteg obješen na oprugu izvuče iz ravnotežnog položaja pusti započinje njegovo titranje. Pri tome je izmjereno da visinska razlika između najnižeg i najvišeg položaja utega iznosi 4 cm. Kolika je amplituda titranja?

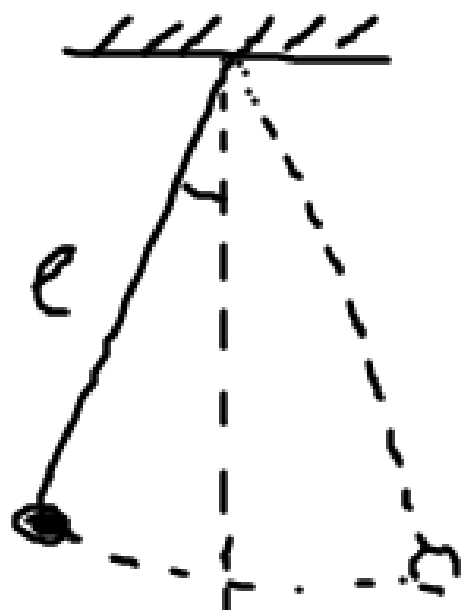
4 cm

2 cm

8 cm



- 15 Izrazite u % koliko se razlikuje titrajno vrijeme istog matematičkog njihala na Zemlji i Mjesecu ($g_M = 1.67 \text{ m/s}^2$)



$$T_Z = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_Z}}$$

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_M}}$$

$$\frac{T_2}{T_m} = \frac{\sum \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g_2}}}{\sum \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g_m}}} = \sqrt{\frac{g_m}{g_2}} = 0.41$$

$$T_2 = 0.41 T_m$$

- 16 Tijelo slobodno visi na opruzi. Ako ga iz ravnotežnog položaja izvučemo prema dolje za 10 cm i pustimo, ono harmonički titra s periodom 1.5 s. Odredite:
- kako se mijenja elongacija tijela s vremenom (napisati jednadžbu titranja!)?
 - kolikom brzinom tijelo prolazi kroz ravnotežni položaj?
 - kolika je akceleracija tijela kad se nalazi 4 cm iznad ravnotežnog položaja?

$$A = 10 \text{ cm}$$

$$T = 1.5 \text{ s}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \left(\text{izvukli smo tijelo iz ravnotežnog položaja u amplitudni !!} \right)$$

(a.) $x(t) = ?$

$$x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}\pi$$

$$x(t) = 10 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{4\pi}{3}t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(b) v = \omega A$$

$$v \sim 42 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$(c) a = ? \quad 2a \quad x = 4 \text{ cm}$$

$$a = -\omega^2 x$$

$$a = -\left(\frac{4\pi}{3}\right)^2 \cdot 4 \text{ cm} \sim -70.1 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

17 Horizontalna opruga ima konstantu elastičnosti 29.4 N/m . Tijelo mase 300 g zakvačimo za oprugu i potom izvučemo za 5 cm . Potom pustimo i time započinjemo neprigušeno titranje po pretpostavci. Izračunajte:

- a.) ukupnu energiju sustava (E_{tot})
b.) najveću brzinu tijela
c.) potencijalnu i kinetičku energiju za $x = 2 \text{ cm}$

$$k = 29.4 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

$$m = 0.3 \text{ kg}$$

$$A = 5 \text{ cm} = 0.05 \text{ m}$$

(a.)

$$E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} k A^2 = 0.0368 \text{ J}$$



$$(b.) \left. \begin{array}{l} v = \omega A \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \frac{2\pi}{T} A$$
$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{2\pi}{T} A \\ T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \end{array} \right\} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} A$$

$$v = 0.495 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$(c.) x = 2 \text{ cm}$$

$$E_{\text{ep}} = \frac{1}{2} k x^2 = 0.00588 \text{ J}$$

$$E_{\text{k}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{ep}} = 0.03092 \text{ J}$$

18 Pločasti kondenzator, površine ploče 100 cm^2 s razmakom 2.5 mm između ploča, spojen je na zavojnicu čiji induktivitet iznosi $10 \mu\text{H}$. Kolika je relativna dielektrična konstanta materijala (relativna permitivnost) koji treba umetnuti između ploča kondenzatora, da bi taj titrajni krug stvarao elektromagnetske titraje valne duljine 100 m ?

($c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$)

6.25

1

7.95

2.86

8.85

$$S = 100 \text{ cm}^2 = 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$d = 2.5 \text{ mm} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$L = 10 \mu\text{H} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

$$\lambda = 100 \text{ m}$$

$$\epsilon_r = ?$$

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{d}$$

$$T = \frac{\lambda}{c}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

⋮

$$\epsilon_r = 7.95$$

19 Dijete koje se njiše na ljujlačci koristi noge kako bi povećalo amplitudu njihanja (titranja). Ovaj primjer ima veze s :

- prvim Newtonovim zakonom
- trećim Newtonovim zakonom
- rezonancijom
- interferencijom
- polarizacijom

20 Auto se giba po kružnoj stazi radijusa 1 km. Auto načini 3 kruga za 5 min. Koji od ponuđenih odgovora omogućuje izračunavanje srednje brzine auta u km/h? (napomena: zadatak bi trebalo riješiti bez upotrebe kalkulatora)

- $\frac{(3)(2\pi)(1)}{5(1/60)}$
- $\frac{(5)(60)(2\pi)(1)}{3}$
- $\frac{(3)(2\pi)(1)}{5(60)}$
- $\frac{(5)(2\pi)(1)}{3(60)}$
- $\frac{(3\pi)(1)}{5(1/60)}$

$$v = \frac{2r\pi}{T}$$

3 kruga za 5 min $r = 1$ km

$$N = 3 \quad t = 5 \text{ min}$$

$$T = \frac{t}{N} = \frac{5 \text{ min}}{3} = \frac{5 \cdot \frac{1}{60} \text{ h}}{3}$$

$$v = \frac{2r\pi \text{ [km]}}{5 \cdot \frac{1}{60} \text{ [h]}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \pi}{5 \cdot \frac{1}{60}} \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right]$$

$$v = \frac{(3)(2\pi)(1)}{5(1/60)}$$